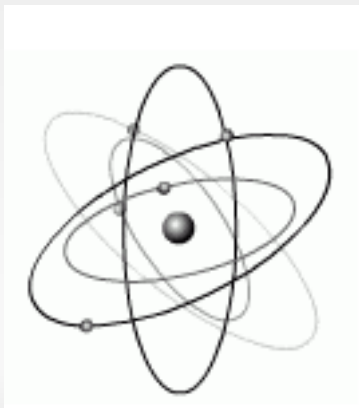


Filtracja szumów i kształtowanie sygnału filtrami z biegunami zespolonymi



Jan Gajewski

Plan prezentacji

- Idea działania i wzory opisujące filtr zespolony
- Przykład realizacji filtru zespolonego rzędu 2
- Realizacja standardowego układu typu CR-(RC)^p
- Dwa typy zastosowań: ILC i X-ray
- Kształty impulsów, pasma przenoszenia i szумы
- Podsumowanie

Idea filtracji zespolonej

Koncepcja tego typu filtrów wywodzi się wprost z definicji filtru pseudogaussowskiego czyli, że odpowiedź na skok napięcia powinna być dana w postaci przebiegu normalnego

$$V_{out}(t) = a_0 e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

σ stanowi tu odzwierciedlenie stałej czasowej.

Transformata tego przebiegu po unormowaniu do jedności wynosi:

$$V_{out}(j\omega) = e^{-\frac{1}{2}\sigma^2\omega^2}$$

Idea filtracji zespolonej

Kolejne założenia:

▪ **Funkcja przenoszenia posiada same bieguny:**

$$H(s) = \frac{1}{Q(s)}$$

▪ **Bieguny są parami sprzężone:**

$$H(j\omega) \cdot H(-j\omega) = [V_{out}(\omega)]^2$$

W ogólności mamy:

$$Q(s) \cdot Q(-s) = e^{-\sigma^2 s^2}$$

Idea filtracji zespolonej

Podstawiając nową zmienną $p = \sigma s$ otrzymujemy:

$$Q(p) \cdot Q(-p) = e^{-p^2}$$

Rozwijając powyższe w szereg Taylora:

$$Q(p) \cdot Q(-p) = 1 - p^2 + \frac{p^4}{2!} - \frac{p^6}{3!} + \dots + (-1)^n \cdot \frac{p^{2n}}{n!}$$

Idea filtracji zespolonej

W ogólności
funkcja
przenoszenia
wyraża się
wzorem:

$$\left\{ \begin{array}{l} H(s) = \frac{\sigma s A_0 \prod_{i=1}^k (A_i^2 + W_i^2)}{(\sigma s + A_0) \prod_{i=1}^k ((\sigma s + A_i)^2 + W_i^2)} \quad \text{dla nieparzystego } n \\ \\ H(s) = \frac{\prod_{i=1}^k (A_i^2 + W_i^2)}{\prod_{i=1}^k ((\sigma s + A_i)^2 + W_i^2)} \quad \text{dla parzystego } n \end{array} \right.$$

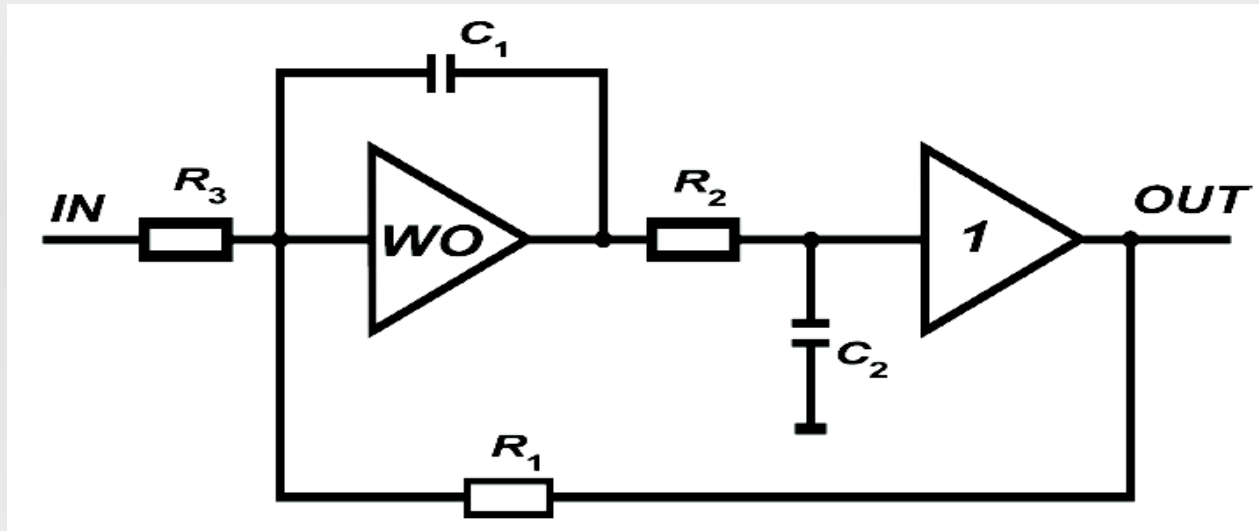
- k – liczba par biegunów zespolonych
- A_0 – biegun rzeczywisty
- A_i i W_i – rzeczywiste i urojone części biegunów zespolonych

Idea filtracji zespolonej

**Numeryczne
wartości biegunów
dla kilku rzędów
wielomianu
Hurwitza:**

	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
A_0	1	–	1,26336	–	1,47668
A_1	–	1,09868	1,14909	1,35535	1,41666
W_1	–	0,45509	0,78641	0,32794	0,59785
A_2	–	–	–	1,18108	1,20368
W_2	–	–	–	1,06037	1,29948

Przykład realizacji



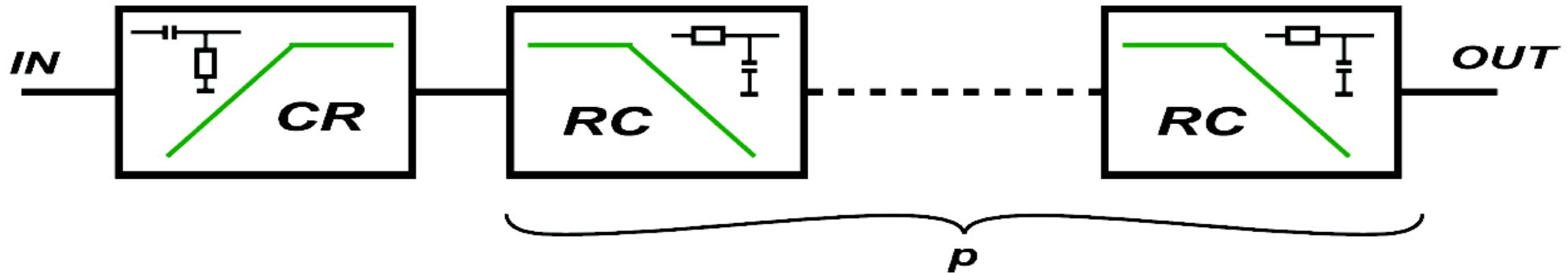
Funkcja przenoszenia:

$$H(s) = -\frac{R_1}{R_3} \frac{1}{(1 + sC_1R_1 + s^2C_1R_1C_2R_2)}$$

Biegun zespolony:

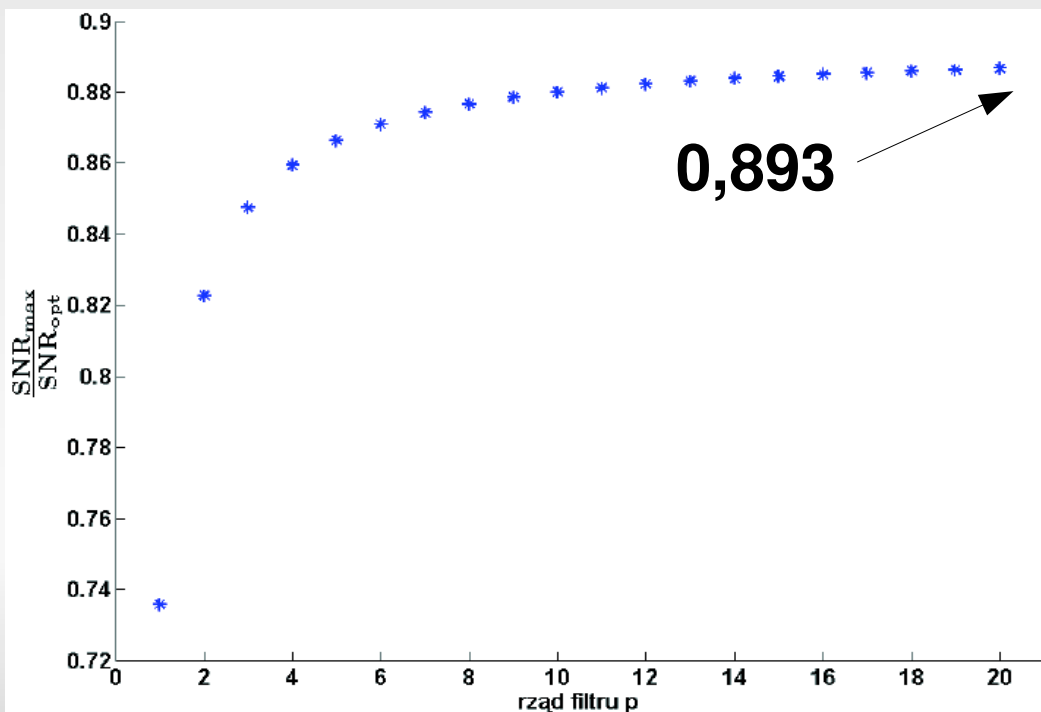
$$s = \frac{1}{2C_2R_2} \left(-1 \pm j\sqrt{\frac{4C_2R_2}{C_1R_1} - 1} \right)$$

Standardowy układ CR-RC^p



Funkcja przenoszenia:

$$H(s) = \frac{s\tau}{1 + s\tau} \left(\frac{1}{1 + s\tau} \right)^p$$



Kształt impulsu
wyjściowego:

$$\frac{1}{p!} \left(\frac{t}{\tau} \right)^p e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Parametry σ i τ

Dla filtrów CR-RC^p parametrem określającym jest stała czasowa τ , np:

- $T_{\text{peak}} = p \cdot \tau$
- $V_{\text{out}}(t) = f(\tau)$
- można wyliczyć również wzory na czas trwania

Dla filtrów zespolonych parametrem określającym jest parametr σ , przy czym nie da się podać tu żadnych analitycznych wzorów. Można natomiast wyliczyć numerycznie parametr σ dla zadanego czasu trwania lub peaking time impulsu.

Dwa typy zastosowań

ILC

pierwszy rząd filtracji

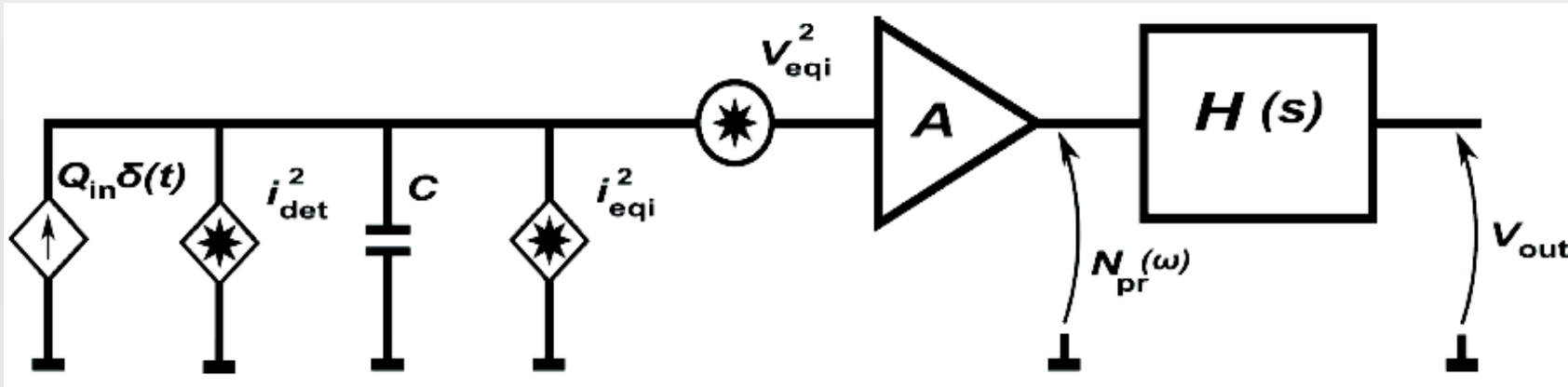
- $C_f = 10 \text{ pF}$
- $R_f = 1 \text{ M}\Omega$
- $I_{\text{leak}} = 1 \text{ nA}$
- $I_{\text{ds}} = 2.5 \text{ mA}$
- $C_d = 30 \text{ pF}$
- $W/L = 800/0,4$

X-ray

drugi rząd filtracji

- $C_f = 0,2 \text{ pF}$
- $R_f = 1 \text{ G}\Omega$
- $I_{\text{leak}} = 10 \text{ pA}$
- $I_{\text{ds}} = 1 \text{ mA}$
- $C_d = 3 \text{ pF}$
- $W/L = 800/0,4$

Sposób analizy układu



Układ do
liczenia
szumów

Cztery rodzaje szumów:

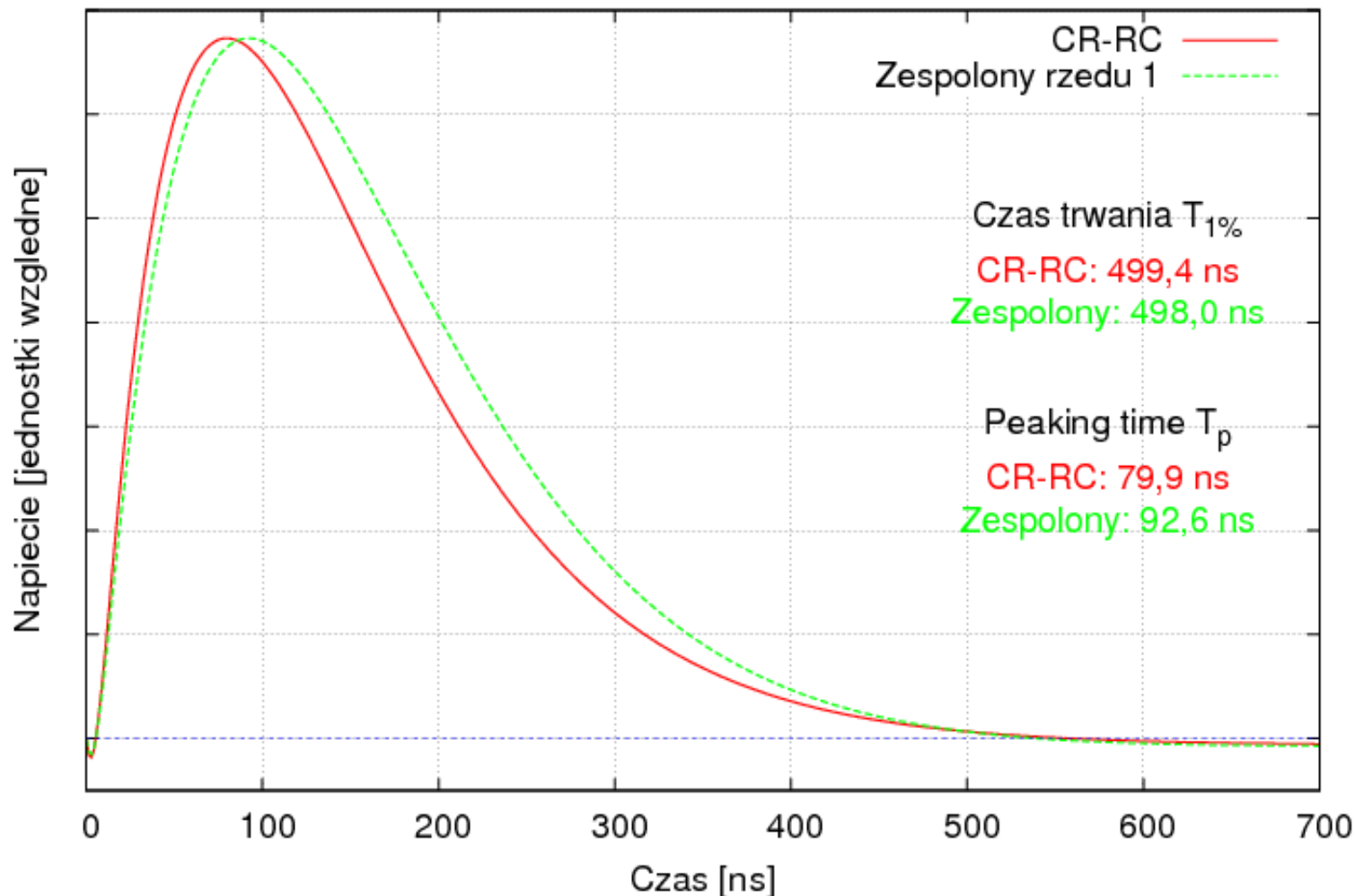
• szumy detektora $i_{det}^2 = 2qI_0$

• szumy rezystancji $i_{R_f}^2 = \frac{4kT}{R_f}$

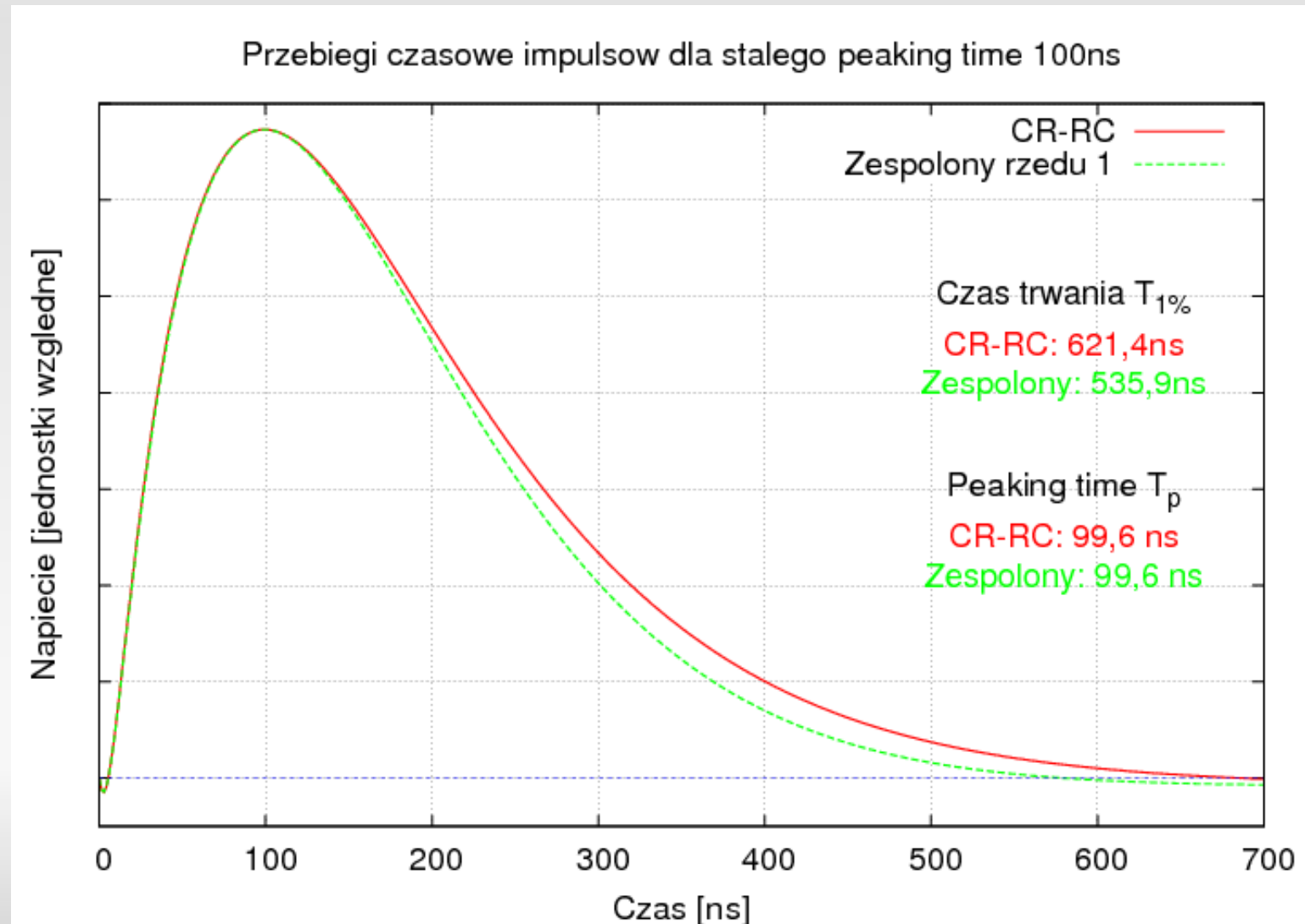
• szumy tranzystora wejściowego $i_d^2 = \frac{4kT}{R_{eqi}} + \frac{K_f g_m^2}{C_{ox}^2 W L f}$

Wyniki symulacji – odpowiedzi czasowe

Przebiegi czasowe impulsow dla czasu trwania 500 ns

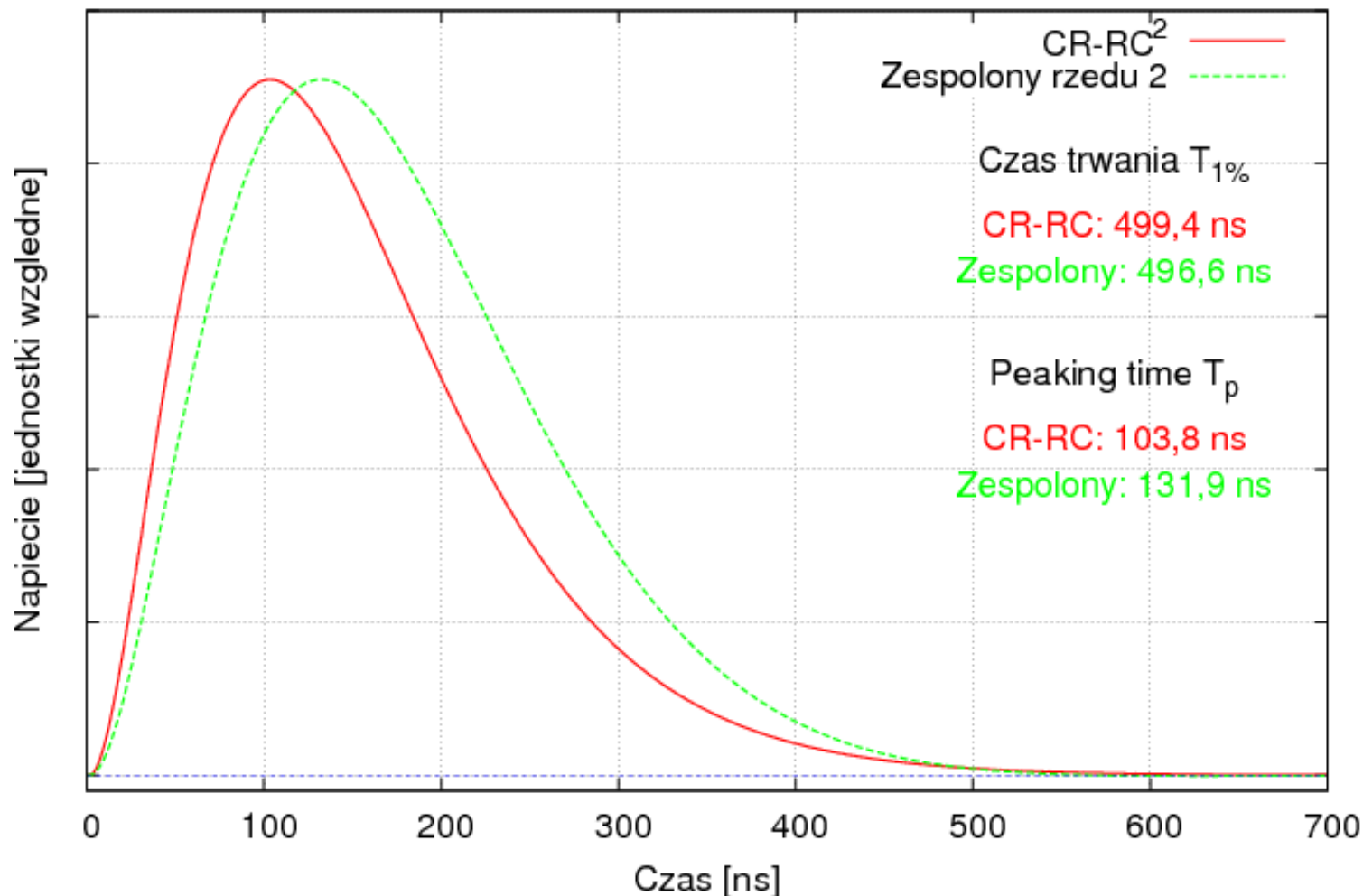


Wyniki symulacji – odpowiedzi czasowe

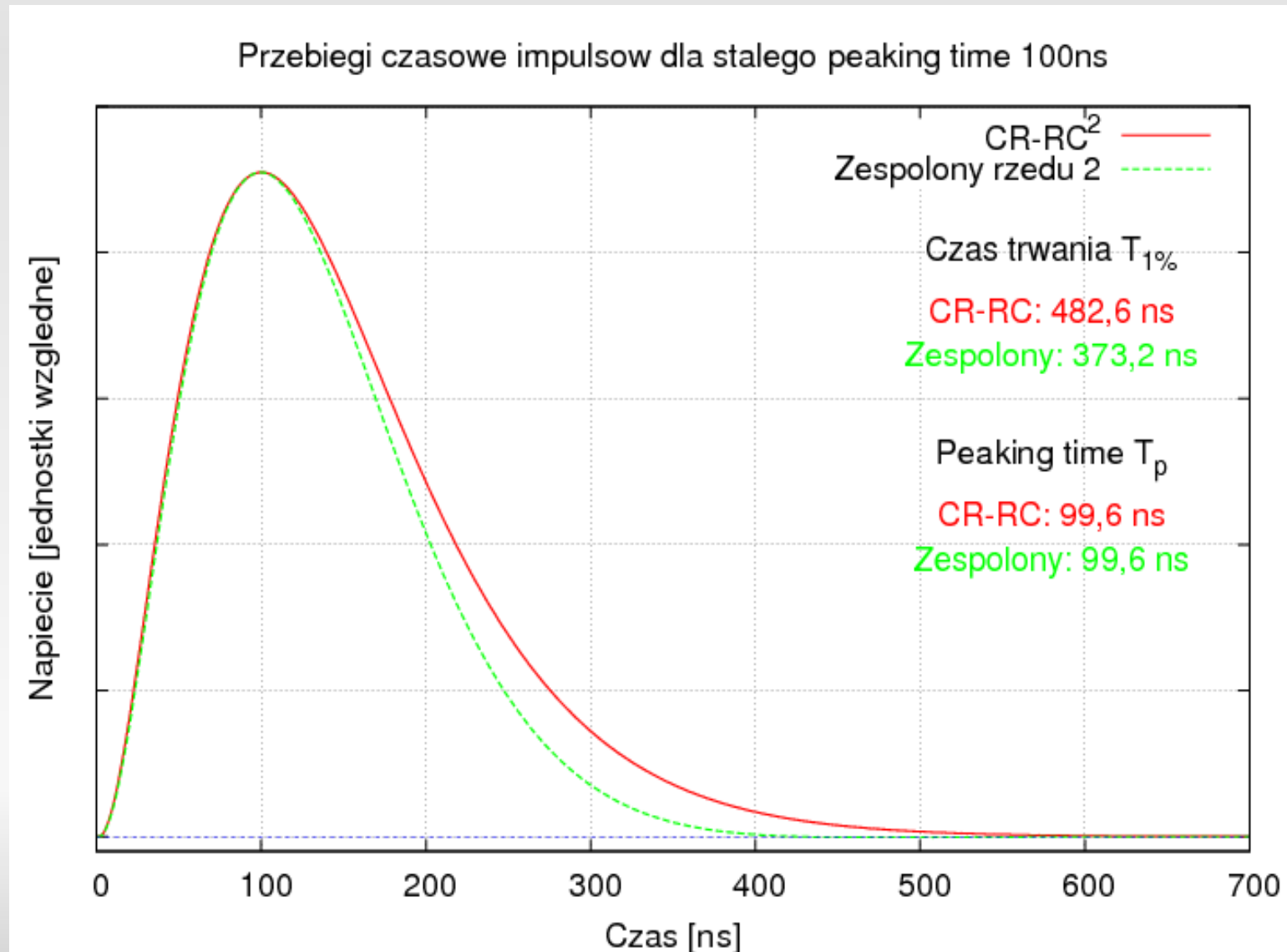


Wyniki symulacji – odpowiedzi czasowe

Przebiegi czasowe impulsow dla czasu trwania 500 ns

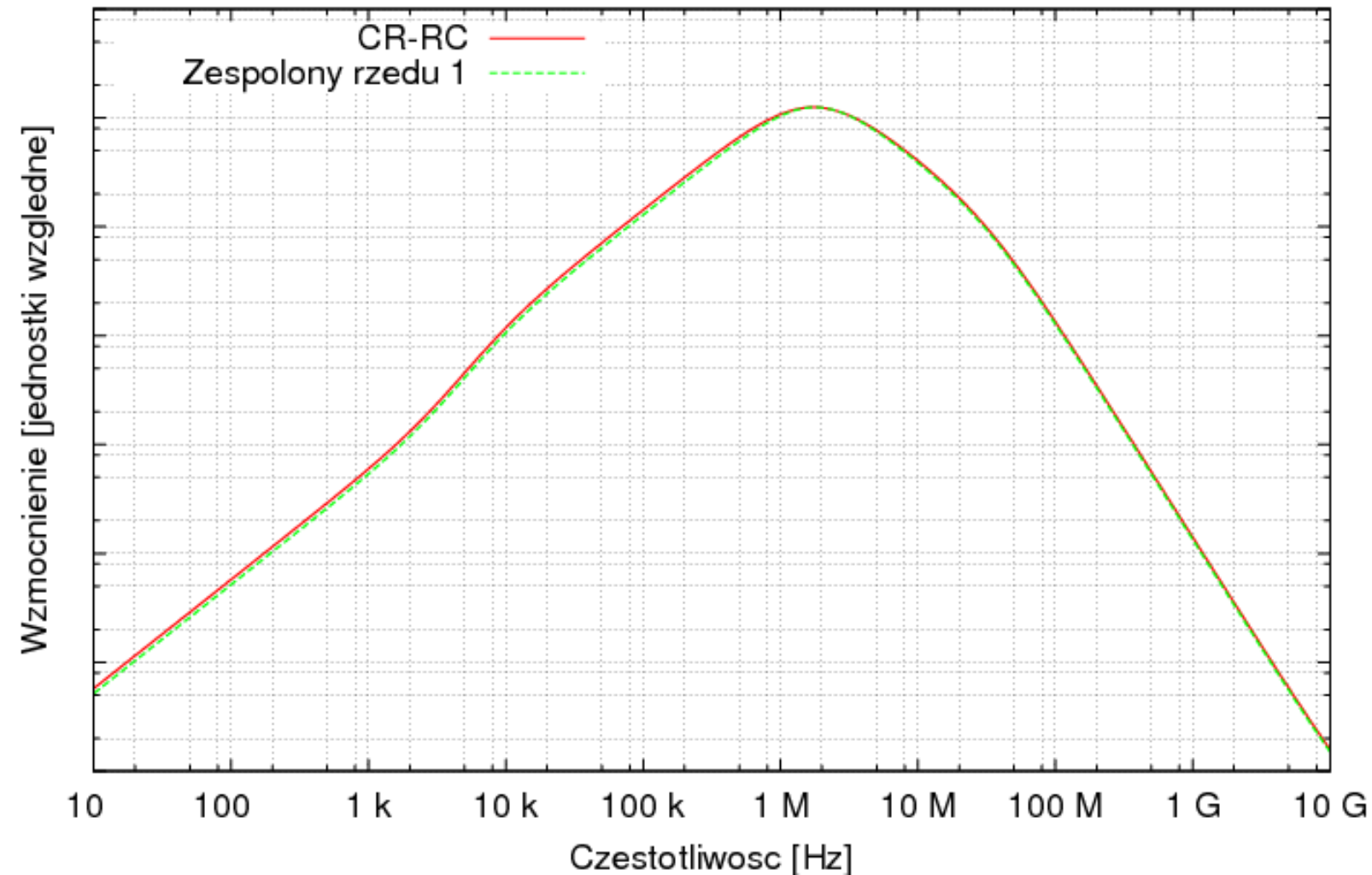


Wyniki symulacji – odpowiedzi czasowe

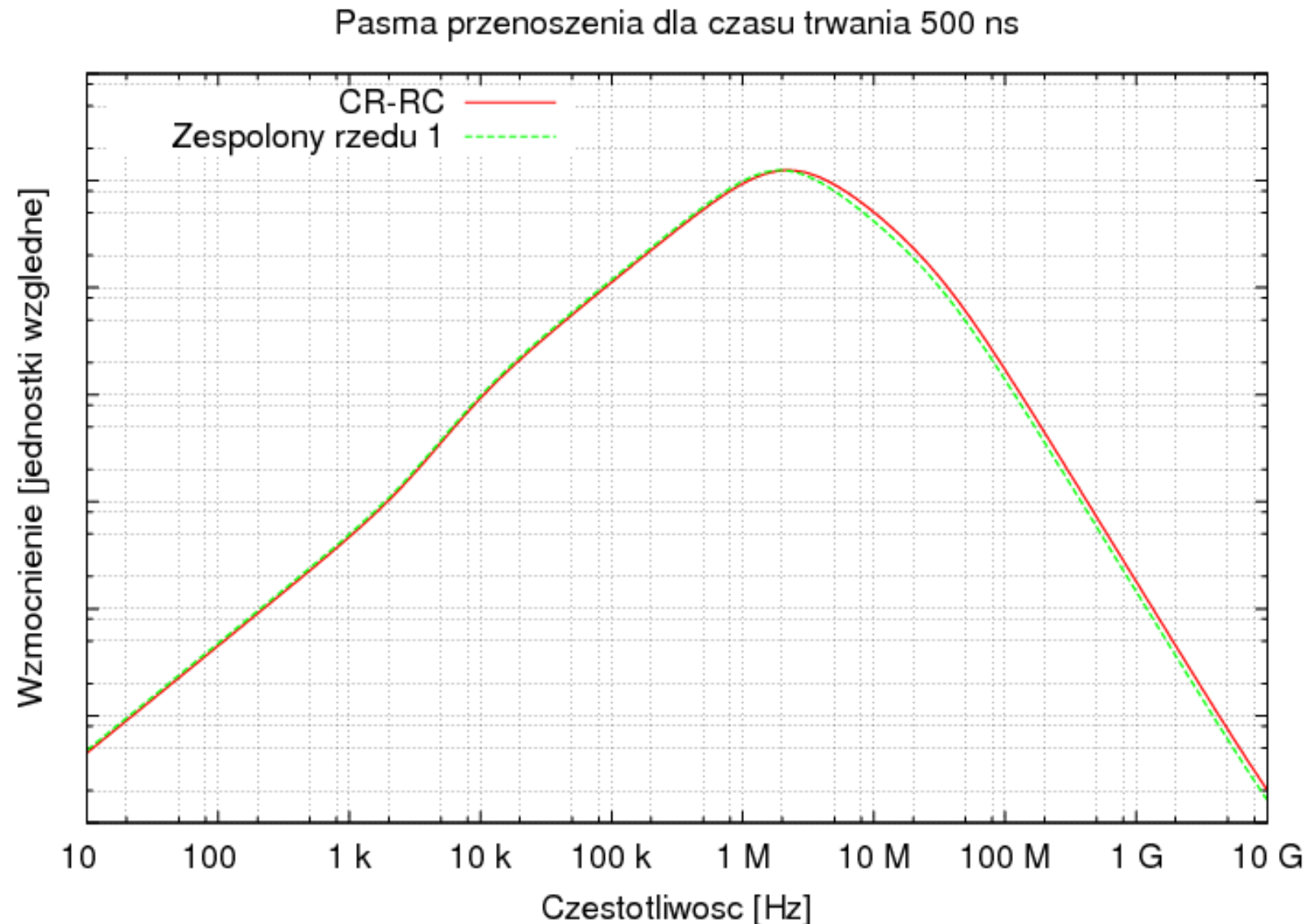


Wyniki symulacji – Pasma przenoszenia

Pasma przenoszenia impulsow dla stalego peaking time 100ns

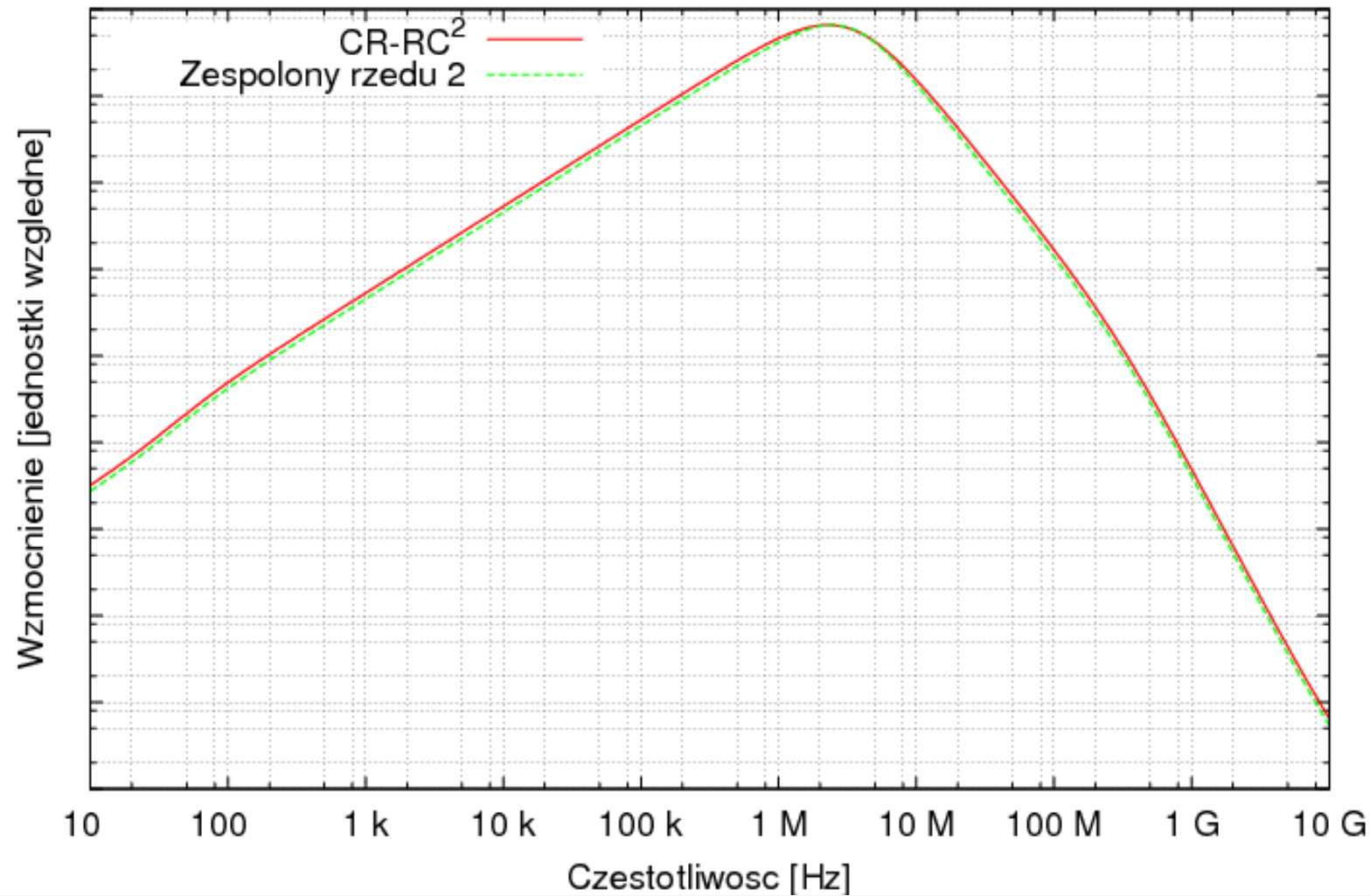


Wyniki symulacji – Pasma przenoszenia

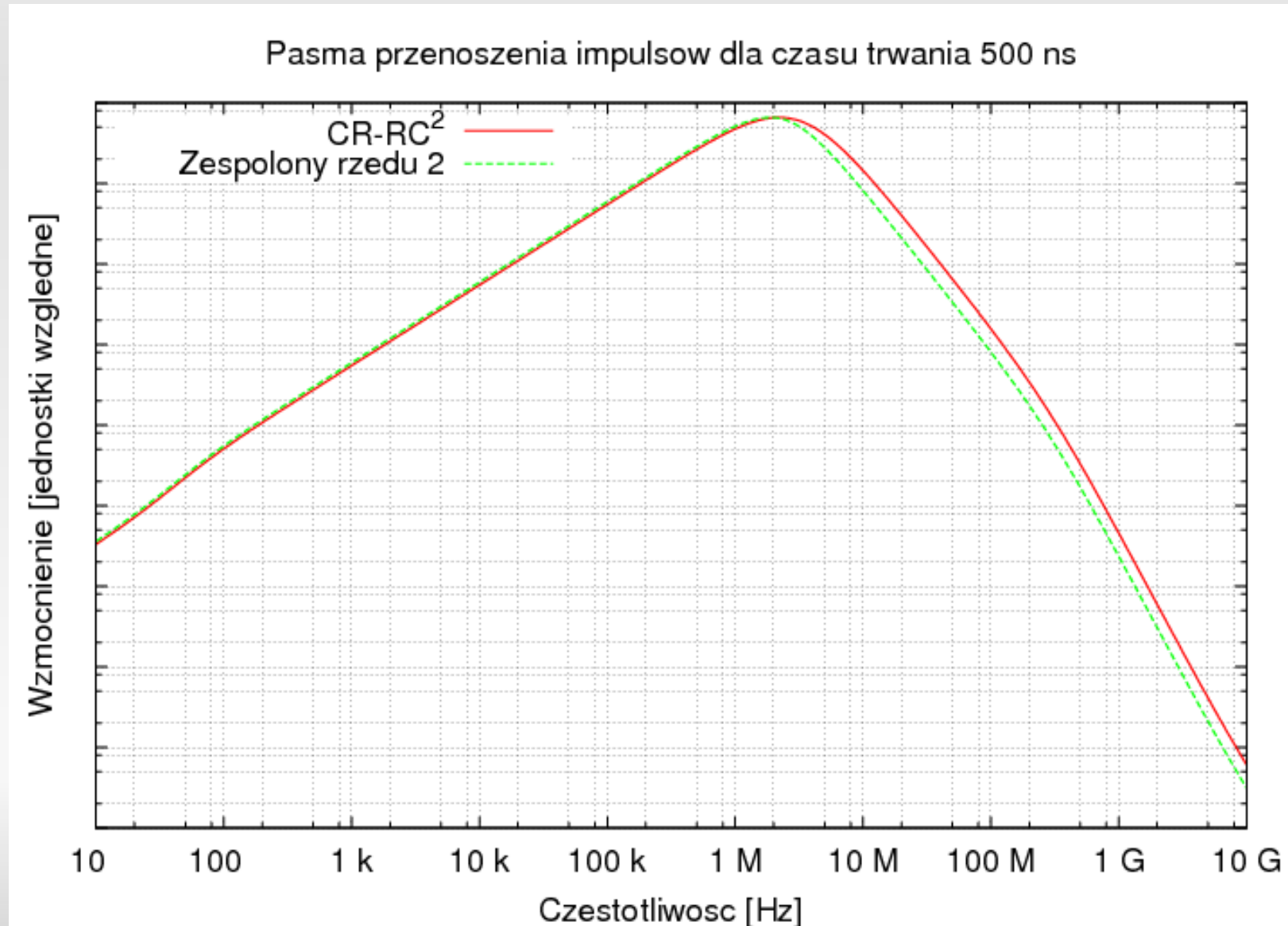


Wyniki symulacji – Pasma przenoszenia

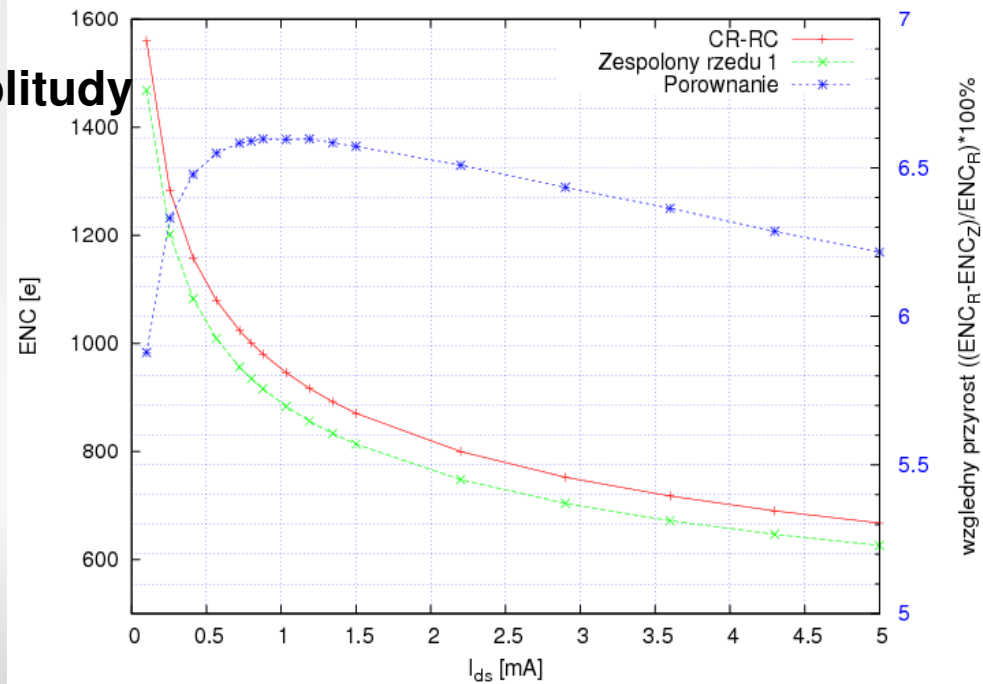
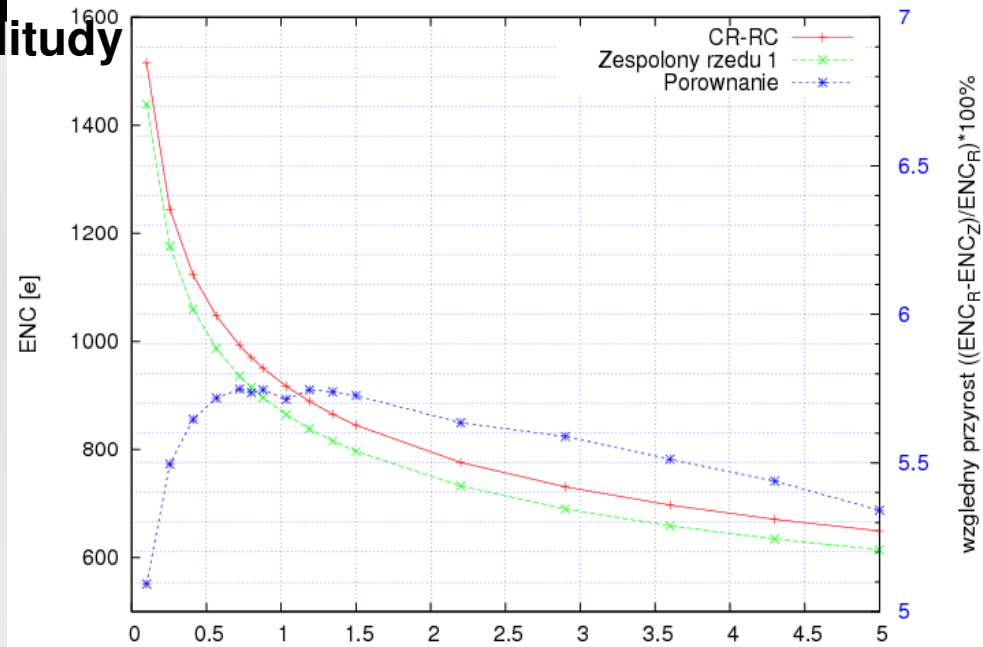
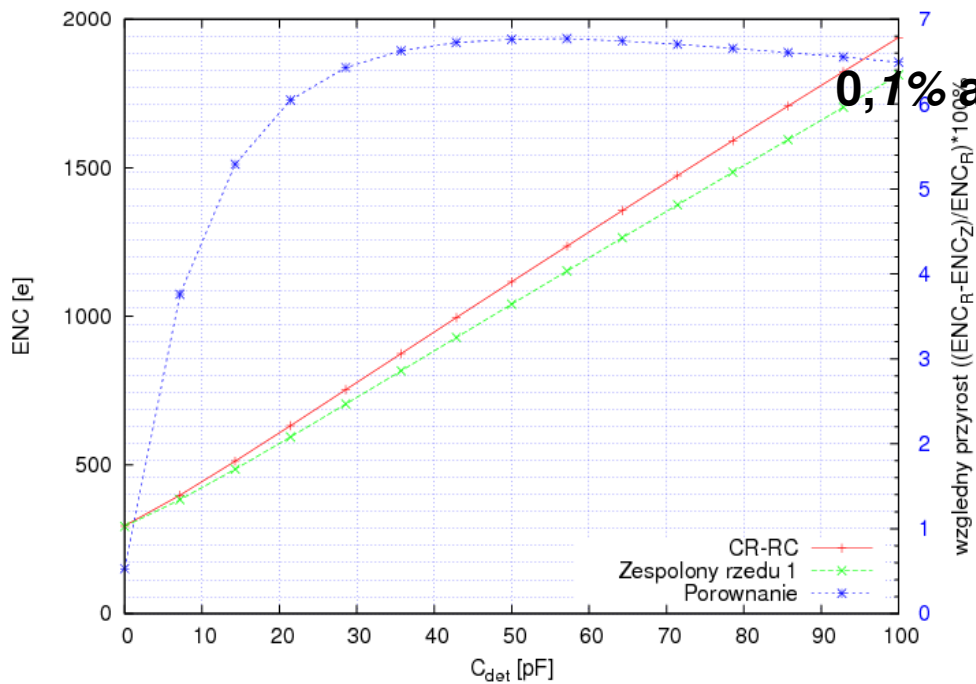
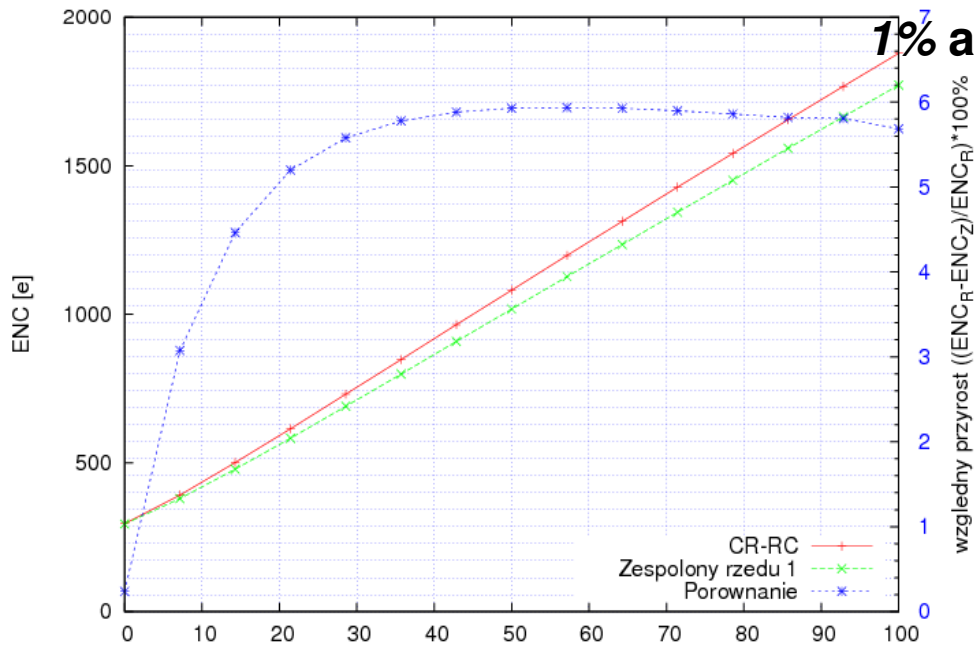
Pasma przenoszenia impulsow dla stalego peaking time 100ns



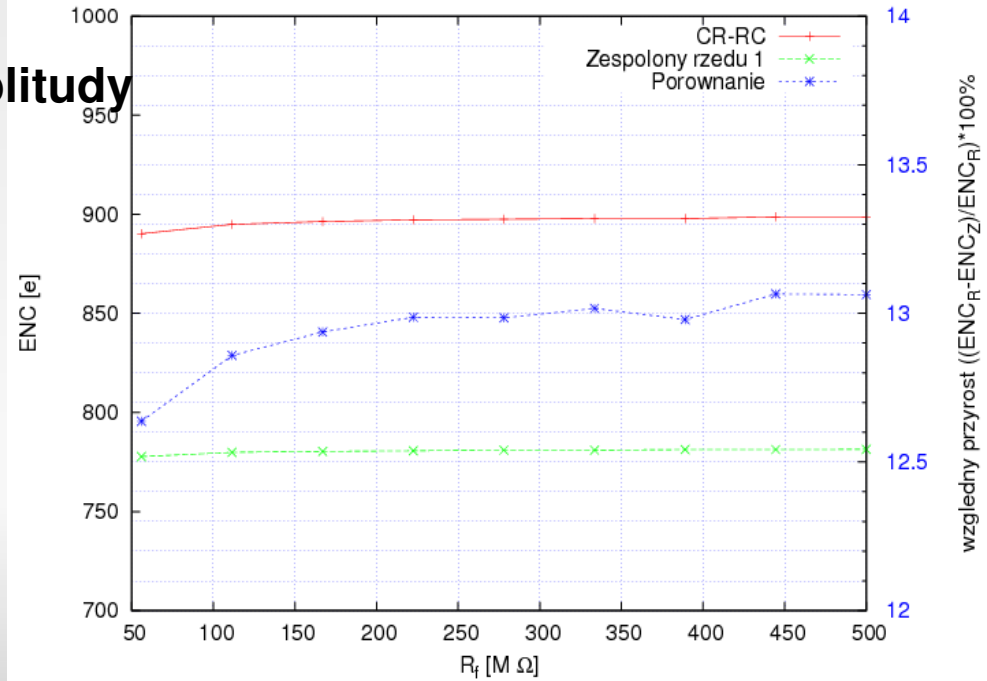
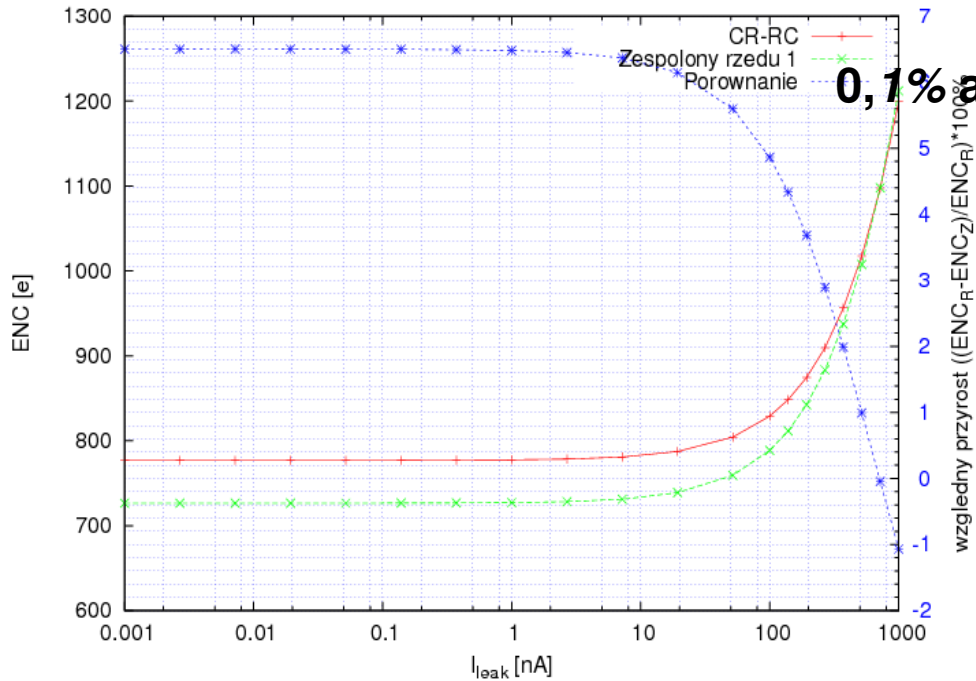
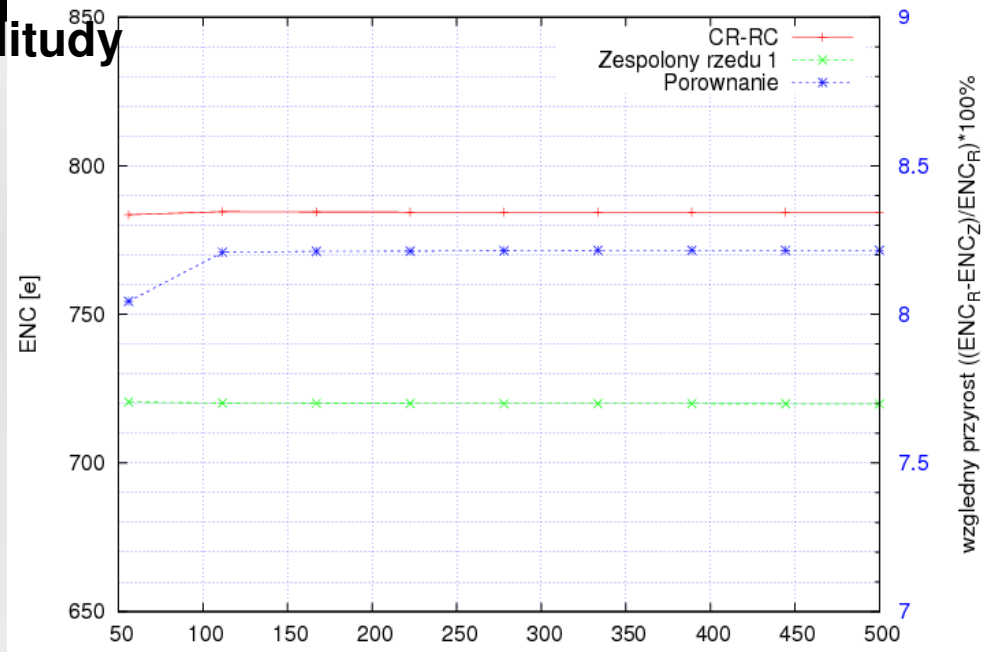
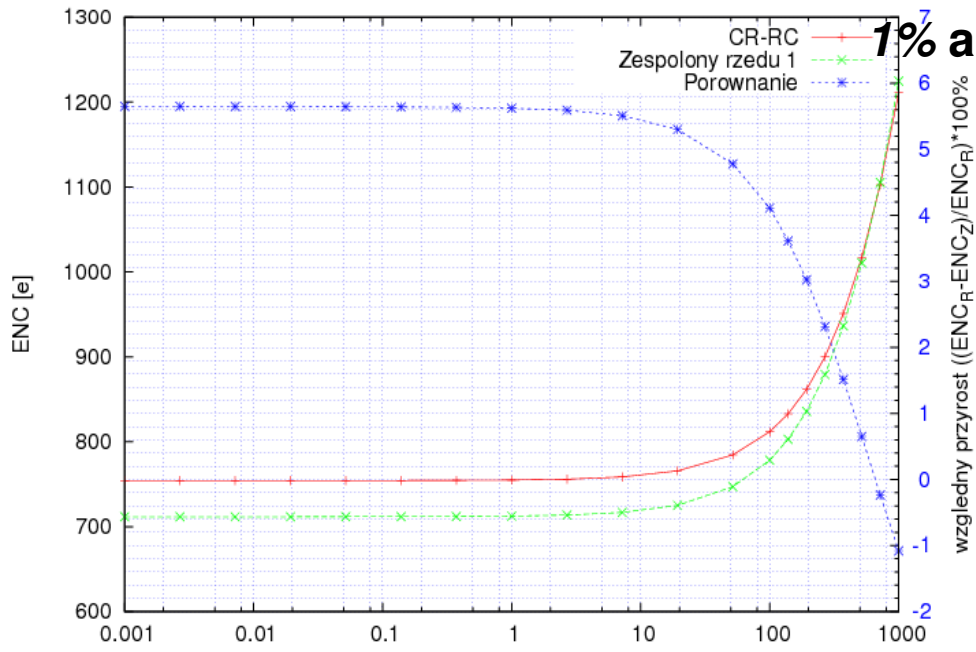
Wyniki symulacji – Pasma przenoszenia



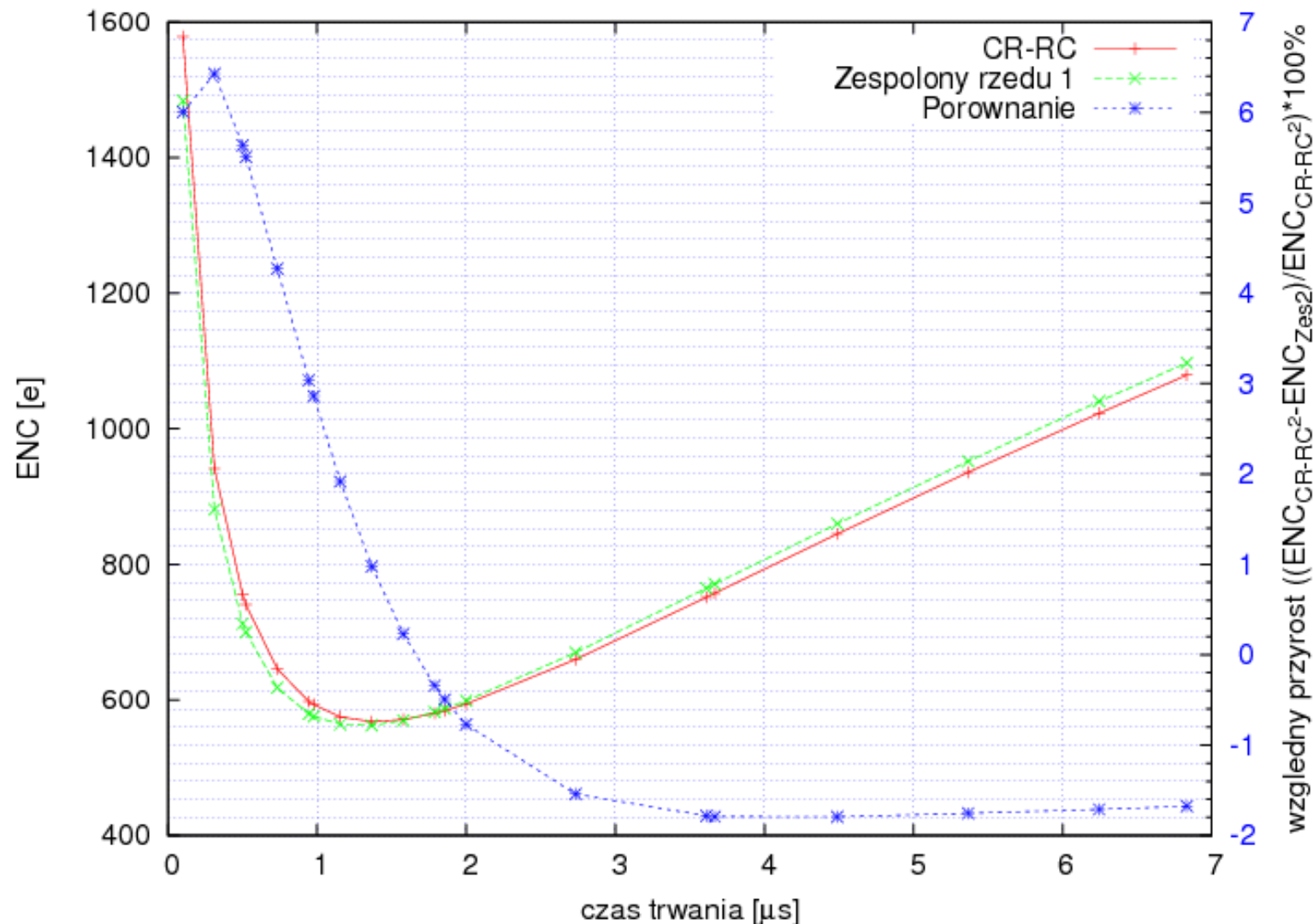
Wyniki symulacji – Szumy (ILC)



Wyniki symulacji – Szumy (ILC)



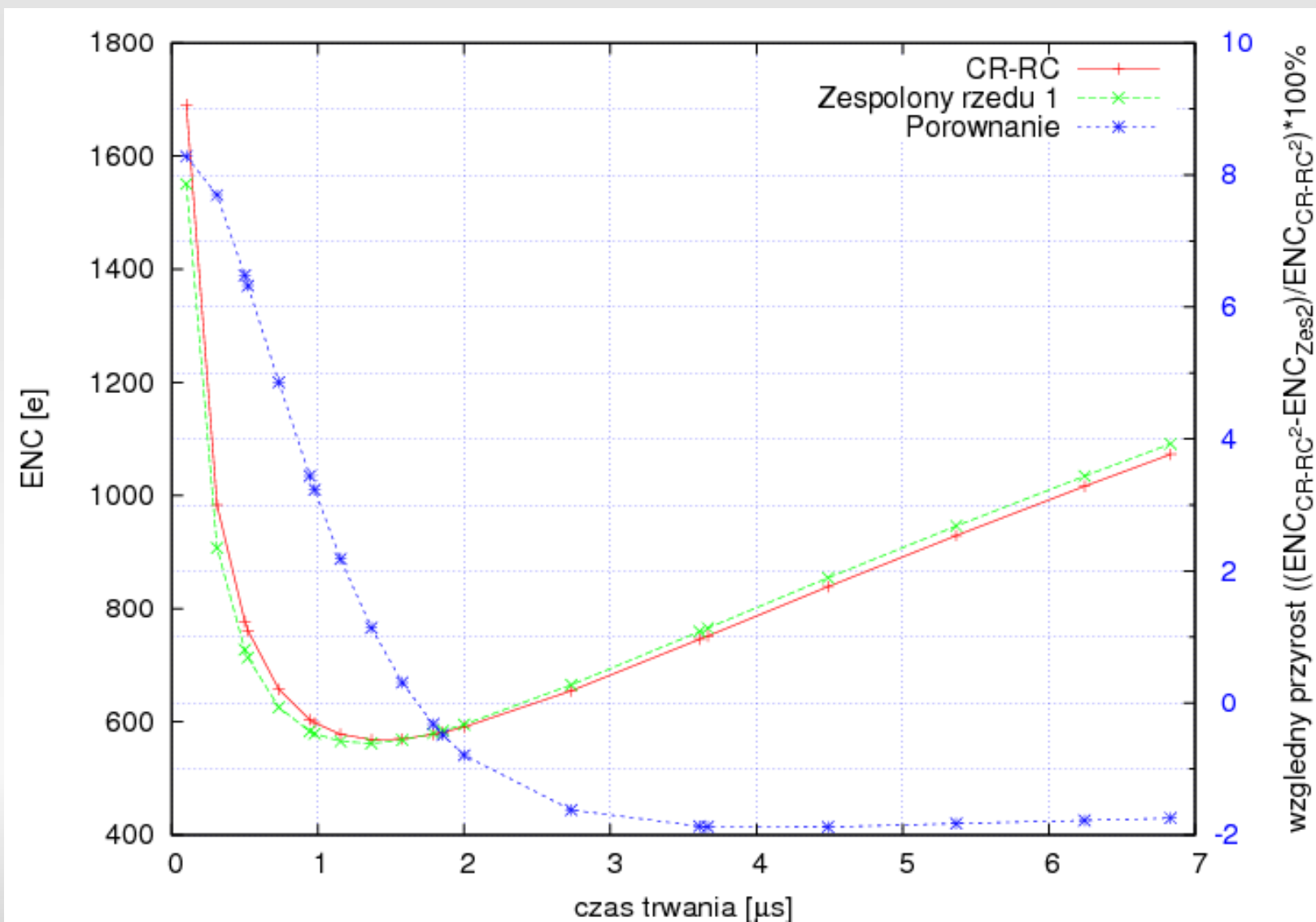
Wyniki symulacji – Szumy (ILC)



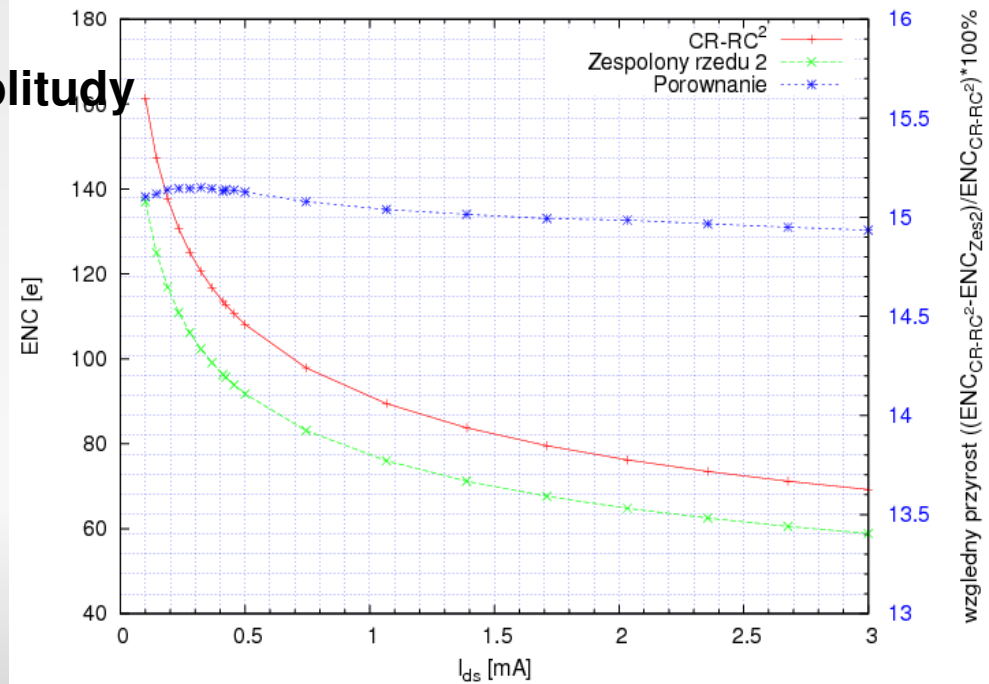
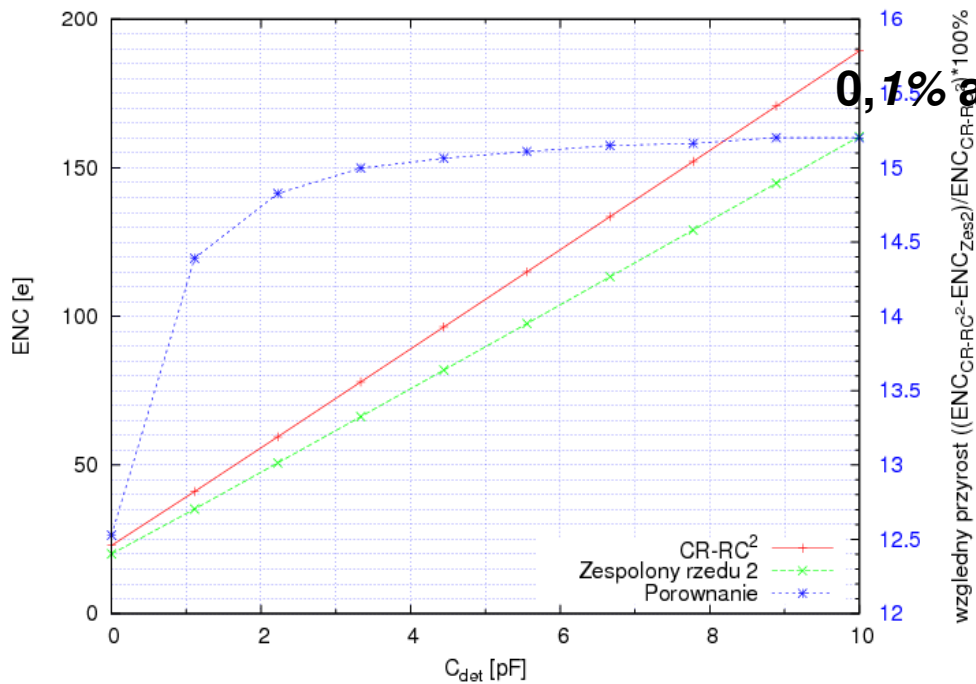
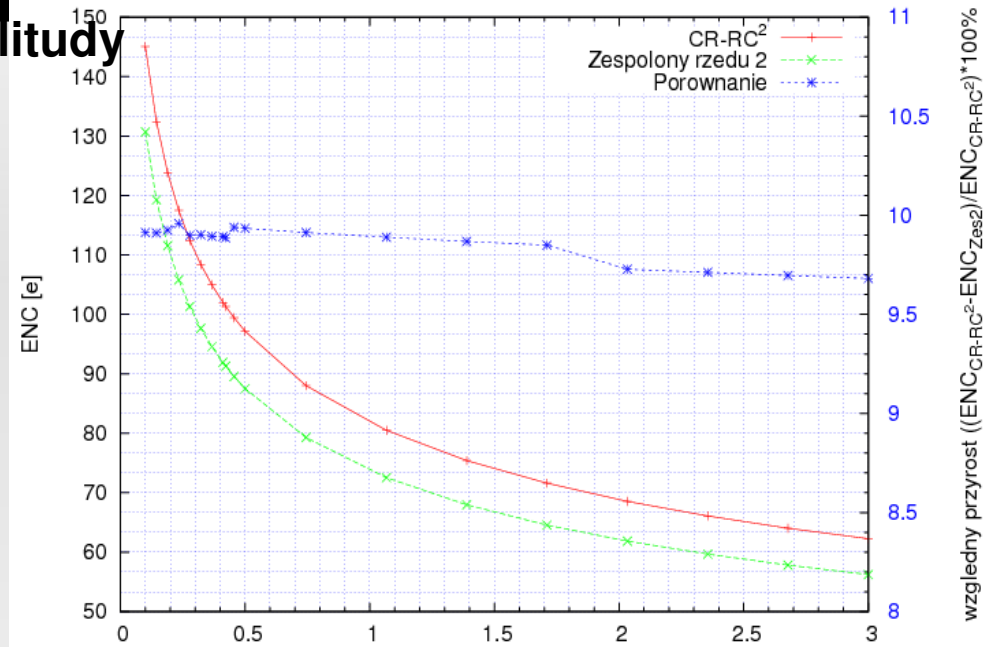
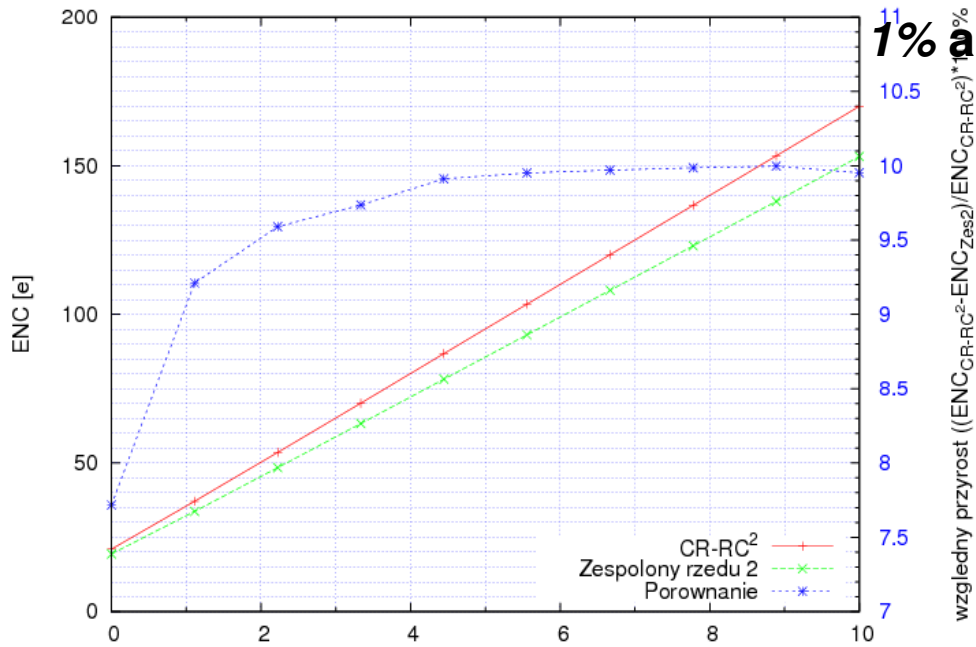
**Czas
trwania
jako 1%
amplitudy**

Wyniki symulacji – Szumy (ILC)

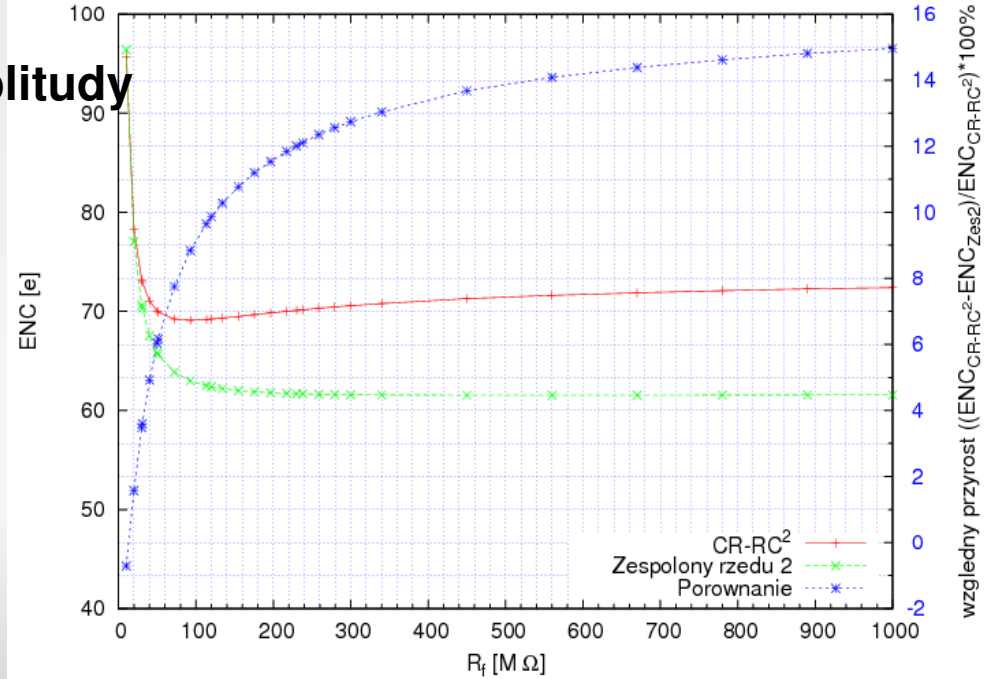
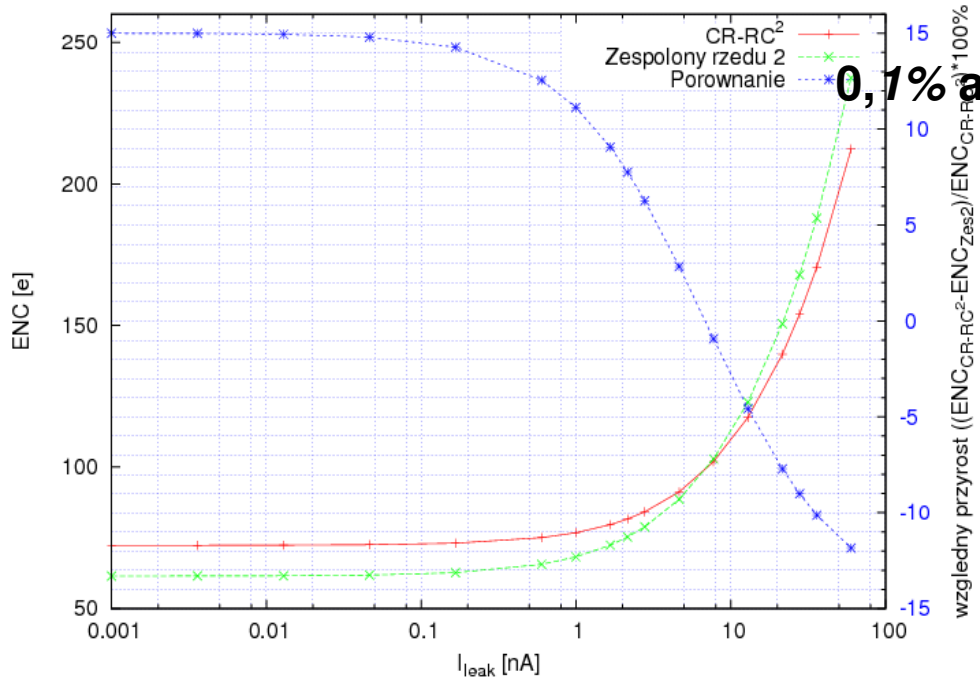
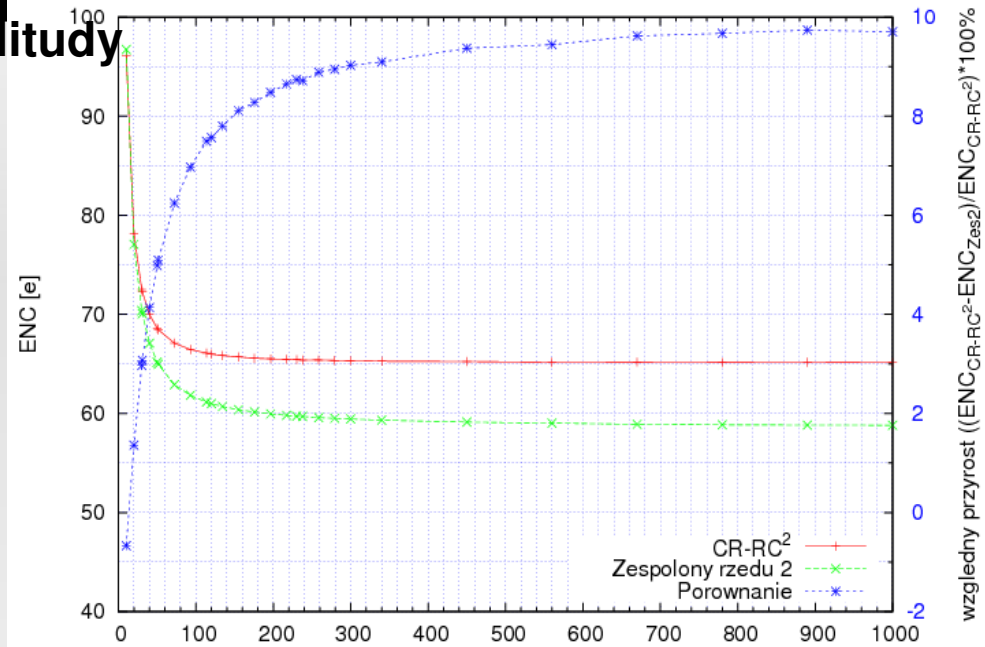
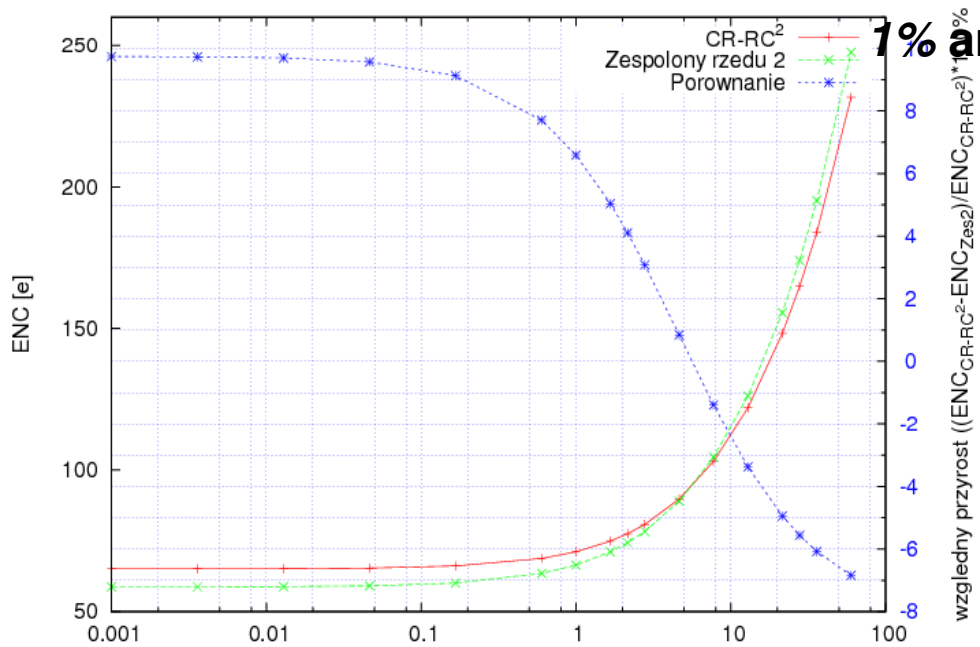
**Czas
trwania
jako 0,1%
amplitudy**



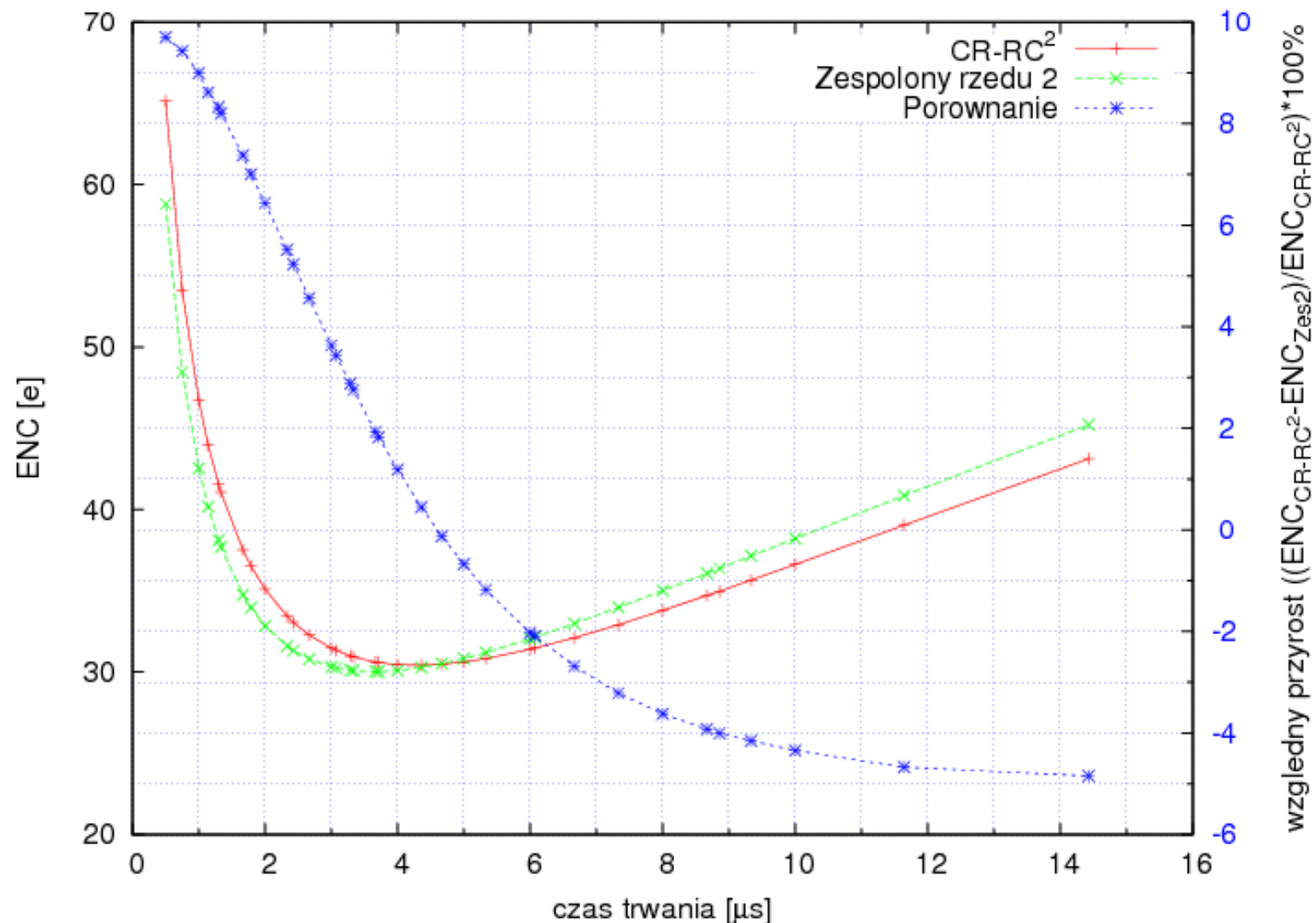
Wyniki symulacji – Szumy (X-ray)



Wyniki symulacji – Szumy (X-ray)



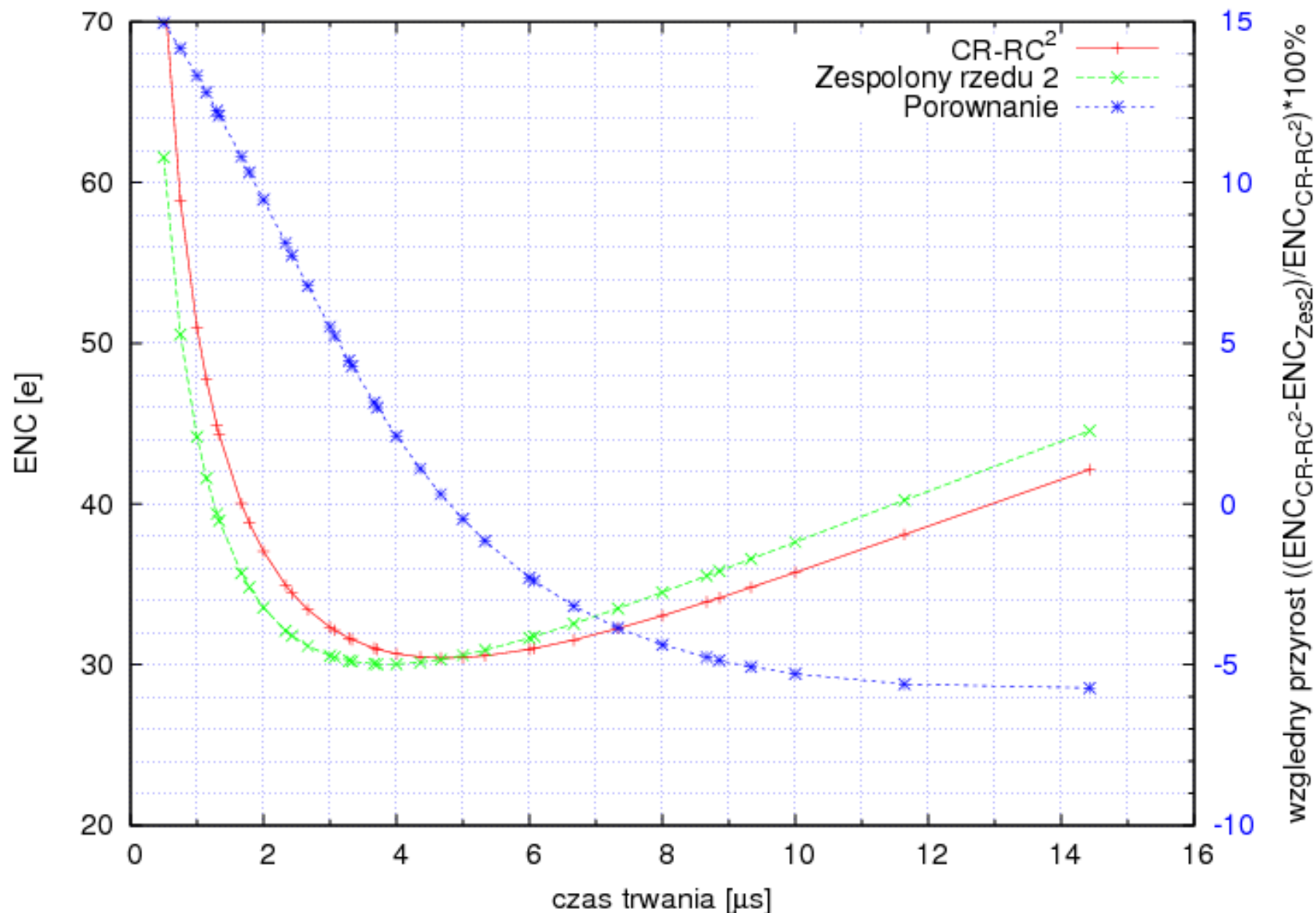
Wyniki symulacji – Szumy (X-ray)



**Czas
trwania
jako 1%
amplitudy**

Wyniki symulacji – Szumy (X-ray)

Czas trwania jako 0,1% amplitudy



Wnioski z analizy szumowej

ILC

- Dla ustawień podstawowych zysk na filtracji szumów wynosi ok 6%
- Dla zastosowań ILC nie obserwuje się znaczącego zysku na szumach.
- Układ jest dobrze zoptymalizowany dla czasów trwania $T_{1\%} = 1,5 \mu s$.

X-ray

- Zysk na szumach jest tu znacznie większy i dochodzi nawet do 17%
- Optymalny czas trwania impulsów dla tej konfiguracji to ok. $3-4 \mu s$
- Przy dobrze dobranych parametrach szumy zmniejszają się do ok 30 e